

## ВЛИЯНИЕ НАРАБОТКИ НА БИФУРКАЦИОННУЮ КАРТИНУ РАЗРУШЕНИЯ ОБРАЗЦА В ИСПЫТАТЕЛЬНОЙ МАШИНЕ

Проблема определения остаточного ресурса устаревшего кранового оборудования предприятий России имеет первостепенное значение [1,2]. С аналогичной проблемой сталкиваются и другие области техники, где оценочным критерием работоспособности конструкций является усталостная прочность. Несмотря на внешнее разнообразие подходов все известные на этот счет методики объединяют одни и те же недостатки, характерные для теории усталости в целом. Решение обозначенной проблемы требует привлечения новых идей и фундаментальных разработок по усталостному разрушению материалов и конструкций [1,3].

В случае квазистатического растяжения образца решающую роль в описании предельных состояний материала играют условия устойчивости процесса деформирования, имеющие смысл критериев разрушения. При этом не исключается и устойчивое активное деформирование при снижающемся напряжении, или разупрочнение [3,4].

Пусть диаграмма растяжения образца в координатах «усилие Р-удлинение  $v$ » имеет падающую до нуля ветвь. Образец длиной  $L$ , выполненный из материала с модулем упругости  $E$ , деформируется посредством задания усилия  $Q$ , либо перемещения  $u$  подвижного захвата машины жесткостью  $c_m$ , изображенной на схеме (рис. 1а) пружины.

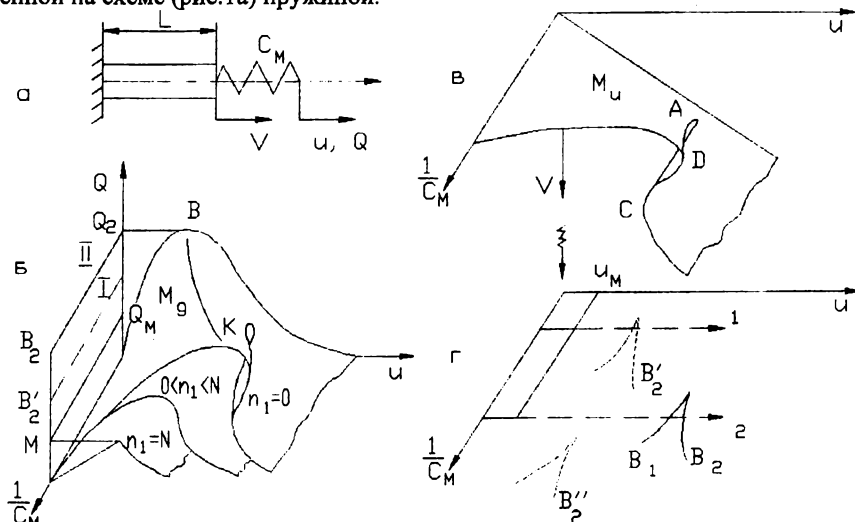


рис. 1

Задача заключается в нахождении положений равновесия системы, которая задается потенциальной энергией  $\Pi$ , и в исследовании устойчивости этих положений равновесия.

Выражение для потенциальной энергии состоит из трех слагаемых

$$\Pi = \int_0^v P dv + \frac{C_m}{2} (u - v)^2 - \int_0^v Q du, \quad (1)$$

где первое слагаемое - энергия деформации образца, второе - потенциальная энергия упруго деформированных деталей машины, третье - работа внешней силы  $Q$ , взятая со знаком минус. В соответствии с принципом стационарности потенциальной энергии все положения равновесия системы определяются системой уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Pi}{\partial v} &= P - C_m (u - v) = 0 \\ \frac{\partial \Pi}{\partial u} &= C_m (u - v) - Q = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

содержащей пять параметров:  $Q, P, u, v, c_m$ .

В случае нагружения заданной силой  $Q$ , задавая значения параметров управления  $Q$  и  $c_m$ , находим решения системы (2), образующие поверхность равновесных состояний  $M_Q$  (рис.1б). При заданном перемещении  $u$  параметрами управления будут  $u$  и  $c_m$ , а решения первого из уравнений (2) образуют поверхность равновесных состояний  $M_u$  (рис.2в). Обе поверхности имеют особенности формы, называемые катастрофами. На рис.1 показаны катастрофы сборки Уитни, характерные для большинства технических приложений [3].

В эксперименте обычно фиксируются только устойчивые состояния системы. Поэтому на поверхностях  $M_Q$  и  $M_u$  надо выделить точки бифуркации, где теряется устойчивость системы. В соответствии с теорией катастроф в первом случае к уравнениям системы (2) следует добавить уравнение

$$\det H(\Pi) = \frac{\partial^2 \Pi}{\partial v^2} = 0,$$

где  $H$ -матрица Гессе функции  $\Pi$ .

Следовательно, при нагружении системы с контролем по силам она теряет устойчивость в момент достижения наивысшей точки на диаграмме деформирования образца  $P(v)$  независимо от жесткости машины  $c_m$ . Этому моменту отвечают точки линии ВК, изображенной на рис.1б. Образец в данном эксперименте разрушается на пределе прочности и падающая ветвь диаграммы  $P(v)$  не фиксируется. В случае нагружения заданным перемещением  $u$  к первому уравнению системы (2) добавляется уравнение

$$\frac{\partial^2 \Pi}{\partial u^2} = \frac{\partial \Pi}{\partial v} + c_m = 0.$$

Точки, определяемые совместными решениями этих уравнений, лежат на линиях сборки АС и АД (рис.1в). Отклик системы на плавное изменение параметра управления  $u$  будет зависеть от пути нагружения, определяемого, в свою

очередь, параметром  $c_m$ . При достаточно большой жесткости машины путь 1 (рис.1в) не пересекает линий складок. Система машина-образец не теряет устойчивости вплоть до полностью равновесного разделения образца на две части. Из уравнения (2) следует, что такое деформирование возможно при выполнении условия

$$\frac{\partial P}{\partial v} \geq -c_m, \quad (3)$$

определяющего возможность построения в эксперименте падающей ветви диаграммы  $P(v)$  образца. В этой связи, исходное предположение о виде функции  $P(v)$  представляется вполне допустимым.

На пути деформирования образца в податливой машине (путь 2 на рис.1в) поверхность  $M_c$  имеет складку, где происходит катастрофический скачок при плавном изменении параметра управления. В зависимости от величины скачка можно наблюдать частичное или полное динамическое разрушение образца на падающей ветви диаграммы  $P(v)$ .

Левая часть условия (3) определяет наклон падающей ветви диаграммы  $P(v)$ , тесно коррелирующий с трещиностойкостью материала и степенью неоднородности его структуры[5]. Таким образом, выражение (3) устанавливает взаимосвязанное влияние свойств материала и условий нагружения на устойчивость деформирования системы машина-образец. Далее, на основании гипотезы макроскопической определимости, которая обычно принимается в прикладных исследованиях, можно утверждать: как неустойчивые состояния образца в испытательной машине, так и реологически неустойчивые состояния элемента материала в твердом теле при выполнении некоторых условий могут быть реализованы. Это утверждение выражает известный принцип устойчивости тела в целом, а проведенный анализ системы машина-образец наполняет его конкретным содержанием.

Разупрочнение материала при квазистатическом нагружении, связанное с падающей ветвью диаграммы  $P(v)$ , объясняется появлением и развитием микродефектов [5]. Неудивительно, что параметры падающей ветви оказались чувствительными к появлению повреждений другого рода. В усталостных испытаниях ряда материалов зафиксировано вырождение машинной диаграммы с ростом наработки. Деградация статической диаграммы сопровождалась также изменением угла наклона падающей ветви. Деформация функции  $P(v)$  при стационарном циклическом нагружении меняет, в свою очередь, вид поверхностей  $M_Q$  или  $M_c$  и, согласно (3), сказывается на условии устойчивости системы машина-образец.

Пусть стационарное циклирование образца с контролем максимального усилия цикла  $Q_m = \text{const}$  приводит к вырождению статической диаграммы  $P(v)$ . Наряду с другими ее параметрами максимальное усилие  $P_m$  становится функцией  $P_m(Q_m, n)$ . В плоскости управления (рис.2а) граница ВК устойчивых состояний системы машина-образец, получаемая при проецировании поверхности  $M_Q$ , с ростом числа циклов  $n$  смещается влево. При этом максимальное перемеще-

ние цикла  $u_m$  остается неизменным, если не меняется модуль упругости материала образца, что характерно для области многоциклового усталости.

Предельное состояние и критерий усталостного разрушения образца в рассматриваемом случае циклирования определяются равенством

$$P_B(Q_m, N_Q) = Q_m, \quad (4)$$

выполняемым в тот момент, когда точка М, оставаясь на месте, попадает на приближающуюся линию ВК. Тем самым переход системы в неустойчивое состояние становится единой причиной разрушения образца как при однократном, так и при переменном нагружении. При выполнении условия (4) происходит квазистатический долом образца. Число циклов до разрушения  $N_Q$  принадлежит, очевидно, диаграмме Велера.

Во втором варианте стационарного циклирования с контролем максимального перемещения цикла  $u_m = \text{const}$  также происходит вырождение диаграммы  $P(v)$ . Как следствие, бифуркационные кривые  $B_1$  и  $B_2$  (рис.26), получаемые при проецировании линий сборки поверхности  $M_u$  на плоскость  $c_m^{-1}u$ , с ростом числа циклов смещаются влево. Точка возврата (точка пересечения линий  $B_1$  и  $B_2$ ) смещается вверх, если падающая ветвь диаграммы  $P(v)$  тренированного образца становится круче. Катастрофа надвигается на первоначально безопасный путь циклирования 1 (рис.26). В момент пересечения пути 1 с линией  $B_2$  система машина-образец переходит в неустойчивое состояние, что можно связать с усталостным разрушением образца. Если же падающая ветвь диаграммы  $P(v)$  тренированного образца становится положе, как, например у латуни[3], то точка возврата смещается вниз. Катастрофа уходит с первоначально опасного пути циклирования 2 (рис.2 б). Что же происходит в этом случае с циклически нагружаемым образцом при  $u_m = \text{const}$ ?

Стационарное нагружение образца с максимальным перемещением цикла  $v_m = u_m - Q_m c_m^{-1}$  сохраняется, пока максимум статической диаграммы  $P_B(u_m, n)$  остается больше  $Q_m$ . Образец не разрушится и при условии

$$P_B(u_m, n) = Q_m \quad (5)$$

(при любом значении  $c_m > 0$ ) по той же причине, что и в случае однократного деформирования при  $P = P_B$ . Следовательно, возможно дальнейшее циклирование, но с уменьшающимся от цикла к циклу значением  $Q_m(u_m, n)$  и увеличивающимся  $v_m(u_m, n)$ . Если в каком-либо цикле нарушится условие (3), то система машина-образец потеряет устойчивость. В противном случае образец разделится на две части равновесно, с падением несущей способности до нуля. При этом линия катастрофических скачков  $B_2$  (рис.26) не пересекается с путем циклирования. Вырождение диаграммы  $P(v)$  до выполнения условий (4) и (5) может быть одинаковым, но долговечность  $N_u$  всегда будет больше  $N_Q$ , что соответствует опытным данным.

В эксперименте с управлением от датчика обратной связи можно поддерживать постоянным максимальное перемещение цикла образца  $v_m = \text{const}$ . Все сказанное о втором варианте циклирования остается в силе, но вырождение статической диаграммы после выполнения условия

$$P_B(v_m, n) = Q_m$$

будет протекать с уменьшением параметров  $u_m$  и  $Q_m$ . Долговечность образца  $N_v$  будет также принадлежать диаграмме Велера, но построенной для стационарного циклирования с заданным перемещением цикла.

Таким образом, использование модели циклического вырождения статической диаграммы дает детальную взаимосвязанную картину усталостного и квазистатического разрушения образца в испытательной машине. Условие (3), определяя границу между стадией равновесного накопления в образце рассеянных повреждений и стадией неуправляемого скачкообразного их развития, является ключевым в понимании проблемы разрушения материалов и конструкций. Катастрофическое разрушение элементов конструкции следует исключить еще на стадии проектирования, приняв меры как по выбору материала так и в части принятия конструктивных решений.

#### Библиографический список

1. Миронов В.И., Кожушко Г.Г. Проблема усталостной прочности элементов конструкций подъемно-транспортных машин (ПТМ)/ Конструирование и технология изготовления машин. - Екатеринбург: Вестник УГТУ-УПИ.- №3(11), 2000.-С.139-141.
2. Стоцкая Л.В., Дусье В.Е., Фролов И.В. и др. Анализ методик по оценке остаточного ресурса грузоподъемных кранов, отработавших нормативный срок службы./ Конструирование и технология изготовления машин.- Екатеринбург: Вестник УГТУ-УПИ.-№3(11),2000.-С.145-151.
3. Деформационное разупрочнение материала в элементах конструкций. Екатеринбург: УрО РАН, 1995.-190с.
4. Лукашук О.А., Миронов В.И. К расчету установки повышенной жесткости./Научные труды четвертой научной конференции молодых ученых ГОУ УГТУ-УПИ. Екатеринбург: УГТУ-УПИ,2003.-С.447-449.
5. Лебедев А.А., Чаусов Н.Г. К оценке трещиностойкости пластичных материалов.//Проблемы прочности,1982.-№2.-С.11-13.